

Reexamination of a Bound on the Dirac-Neutrino Magnetic Moment from the Supernova Neutrino Luminosity

Alexander Okrugin

Yaroslavl State (P. G. Demidov) University,
Division of Theoretical Physics

June 9, 2010

**16th International Seminar
on High Energy Physics QUARKS'2010
Kolomna, Russia, June 6 – 12, 2010.**

In collaboration with A. V. Kuznetsov and N. V. Mikheev

Contents

- 1 Several independent bounds on the magnetic moment ν
- 2 Realistic models of the SN core with distributions of physical parameters

Introduction

Neutrino in astrophysics and cosmology

- Properties of stars and Universe \rightarrow most strict constraints on properties of ν .
- Exceptional role in processes inside stars.
- Energy losses.
- Dynamics of SN explosions, searches of the explosion mechanisms.

The value of the neutrino magnetic moment

- In the Standard Model with massive neutrinos (*Lee, Shrock, 1977; Fujikawa, Shrock, 1980*):

$$\mu_{\nu}^{(SM)} = \frac{3e G_F m_{\nu}}{8\pi^2 \sqrt{2}} = 3.20 \cdot 10^{-19} \left(\frac{m_{\nu}}{1 \text{ eV}} \right) \mu_B,$$

where $\mu_B = e/2m_e$ is the Bohr magneton;
 $c = \hbar = k_B = 1$, $e > 0$ is the elementary charge.

- More significant values in several extensions of the Standard Model (left-right symmetry).

The value of the neutrino magnetic moment

Experimental bounds:

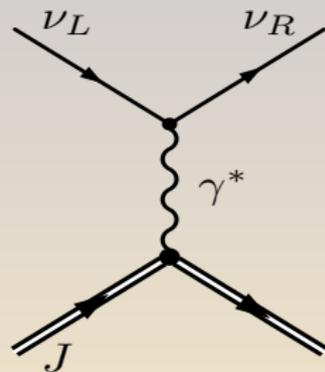
- Reactor experiments
(Wong *et al.*, TEXONO Collab., 2007):
 $\mu_\nu < 0.74 \cdot 10^{-10} \mu_B$,
- GEMMA (Beda, Demidova,
Starostin *et al.*, ITEP, JINR, 2009):
 $\mu_\nu < 3.2 \cdot 10^{-11} \mu_B$.
- Solar neutrino physics (Cisneros, 1971;
Voloshin, Vysotsky, Okun, 1986, etc.):
 $\mu_\nu < 10^{-10} \mu_B$,
- Early Universe (Fukugita, Yazaki, 1987):
 $\mu_\nu < 6.2 \cdot 10^{-11} \mu_B$.
- Neutrino energy-loss in low-mass red giants
(Raffelt, 1990):
 $\mu_\nu < 3 \cdot 10^{-12} \mu_B$.

Bounds on the Dirac-neutrino magnetic moment from the SN neutrino luminosity

SN1987A: a considerable interest to the neutrino magnetic moment in connection with modelling of SN explosion.

- The ν helicity flip processes in the collapsing SN core due to the interaction of the Dirac-neutrino magnetic moment:

$$\nu_L \rightarrow \nu_R + \gamma^*, \quad \nu_L + \gamma^* \rightarrow \nu_R.$$



- The upper bound on the neutrino magnetic moment was established from the (sterile) ν_R luminosity upper limit.
- Question was considered in various aspects by many authors.

- *R. Barbieri and R. N. Mohapatra (1988):*
scattering processes $\nu_L e^- \rightarrow \nu_R e^-$ and $\nu_L p \rightarrow \nu_R p$.
From the luminosity limit $L_{\nu_R} < 10^{53}$ erg/sec:
 $\mu_\nu < (0.2 - 0.8) \cdot 10^{-11} \mu_B$.
(The essential plasma polarization effects in the photon propagator were not considered comprehensively.)
- *A. Ayala, J. C. D'Olivo and M. Torres (1999),*
the formalism of the Thermal Field Theory:
 $\mu_\nu < (0.1 - 0.4) \cdot 10^{-11} \mu_B$.
- *A. V. Kuznetsov, N. V. Mikheev (JCAP, 2007 V. 11,*
P. 031): The rate of creation $\Gamma_{\nu_R}(E)$ was recalculated.
It was found *strong domination of the neutrino scattering*
on protons.

The rate of creation of right-handed neutrinos:

$$\Gamma_{\nu_R}(E') = \frac{\mu_\nu^2}{16 \pi^2 E'^2} \int_{-E'}^{\infty} dq_0 \int_{|q_0|}^{2E'+q_0} q^3 dq f_\nu(E' + q_0) (2E' + q_0)^2 \times$$

$$\times \left(1 - \frac{q_0^2}{q^2}\right)^2 [1 + f_\gamma(q_0)] \left[\left(1 - \frac{q^2}{(2E' + q_0)^2}\right) \varrho_t - \varrho_\ell \right], \quad (1)$$

where ϱ_λ are spectral densities of plasmons, defined by eigenvalues of the polarization tensor of photons Π_λ :

$$\varrho_\lambda = \frac{-2 I_\lambda}{(Q^2 - R_\lambda)^2 + I_\lambda^2}, \quad \Pi_\lambda = R_\lambda + i I_\lambda \quad (2)$$

- $\Gamma_{\nu_R}(E)$ determines the spectral density of the right-handed neutrino luminosity (i. e. the right-handed neutrino emissivity) of the supernova core:

$$\frac{dL_{\nu_R}}{dE} = V \frac{dn_{\nu_R}}{dE} E = V \frac{E^3}{2\pi^2} \Gamma_{\nu_R}(E),$$

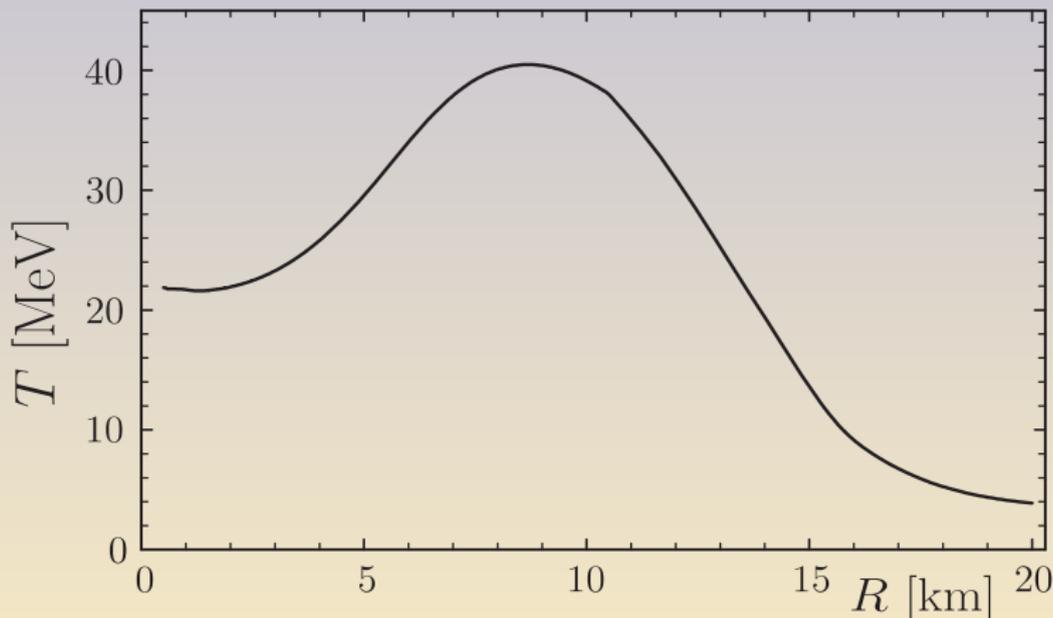
where V is the volume of the region emitting neutrinos.

- From the limit on the right-handed neutrino luminosity by the value of the left-handed neutrino luminosity in the uniform static ball model:

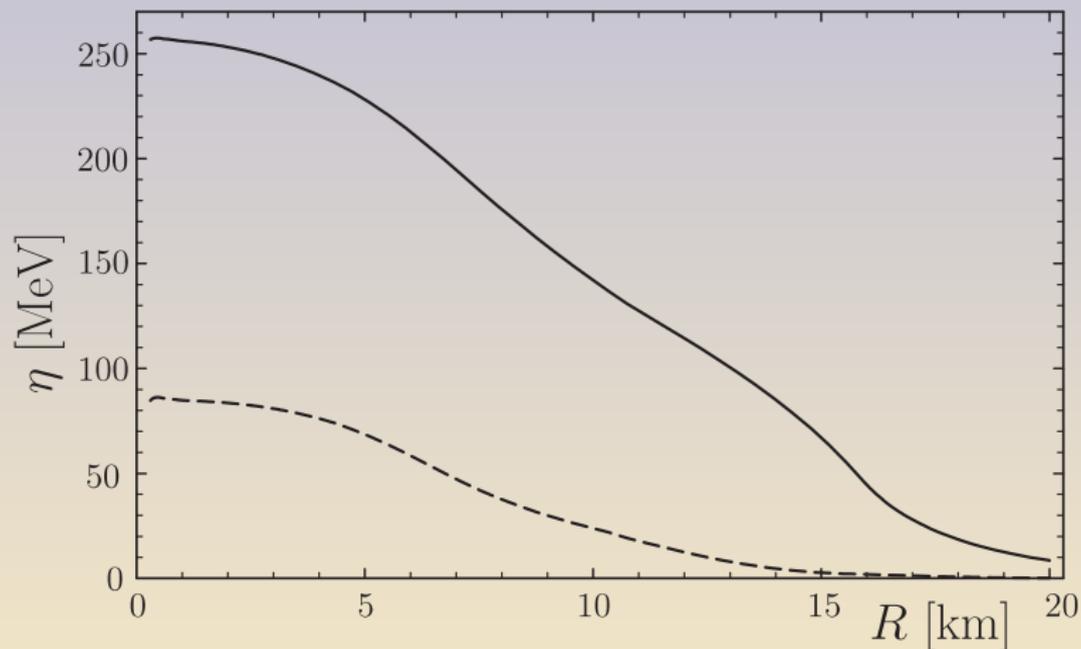
$$\mu_\nu < (0.7 - 1.5) \cdot 10^{-12} \mu_B.$$

- H.-Th. Janka et al. have gave in our disposal an array of data on the model of the SN explosion with O-Ne-Mg-core.

The recent model of the O-Ne-Mg-core collapse SN



The radial distribution for the temperature within the SN core at the moment $t = 1.0$ sec after the collapse (H.-Th. Janka et al., 2009).



Radial distributions for the chemical potentials of electrons (solid line) and electron neutrinos (dashed line) within the SN core at the moment $t = 1.0$ sec after the collapse.

We integrate over the volume of the neutrino-emitting region V to obtain the spectral density of the energy luminosity of a supernova core via right-handed neutrinos:

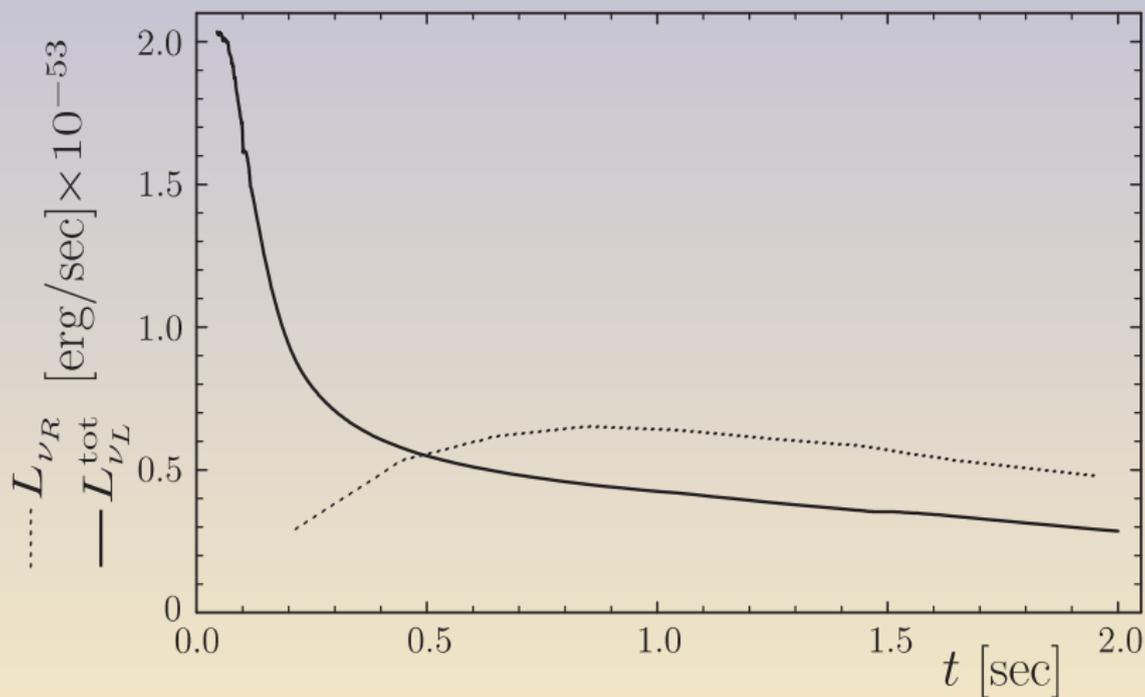
$$\frac{dL_{\nu_R}}{dE} = \int dV \frac{E^3}{2\pi^2} \Gamma_{\nu_R}(E, t).$$

The time evolution of the right-handed neutrino luminosity:

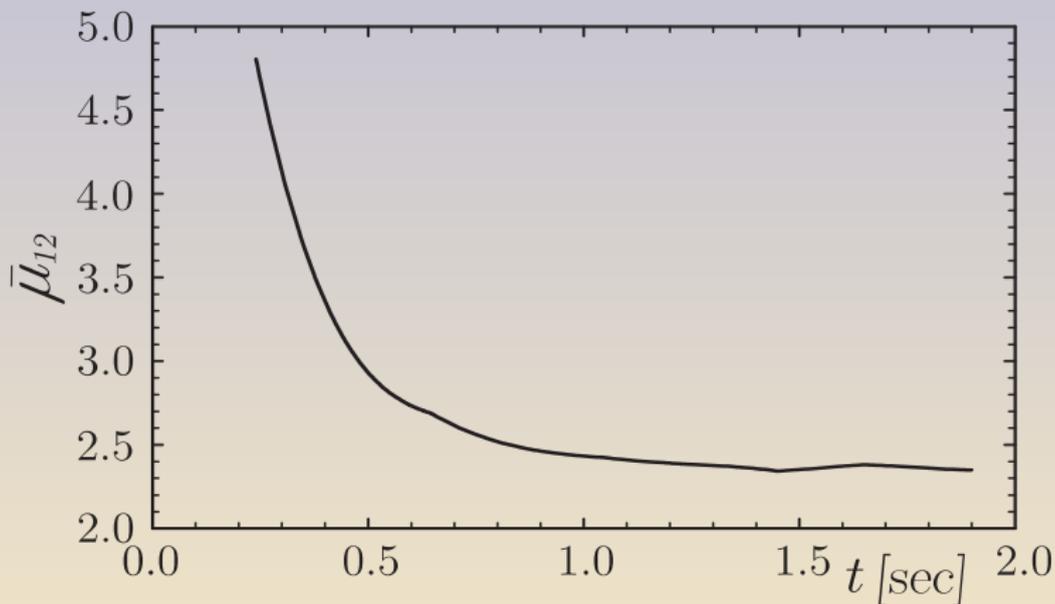
$$L_{\nu_R}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dr r^2 \int_0^\infty dE E^3 \Gamma_{\nu_R}(E, t).$$

The observed *SN1987A* signal duration indicates that a novel energy-loss via right-handed neutrinos is bounded by

$$L_{\nu_R}(t) < L_{\nu_L}(t).$$



The time evolution of the all active neutrino types total luminosity $L_{\nu L}^{\text{tot}}$ (solid line) and the right-handed neutrino luminosity $L_{\nu R}$ at $\mu_\nu = 3 \cdot 10^{-12} \mu_B$ (dotted line).



Upper bounds on the neutrino magnetic moment at different moments for the interval up to 2 sec after the collapse (in assumption that the effective magnetic moment of electron, muon and tau neutrinos are equal); $\bar{\mu}_{12} = \bar{\mu}_{\nu} / (10^{-12} \mu_B)$.

In a general case the combined limit on the effective magnetic moments of the electron, muon and tau neutrinos is

$$\left[\mu_{\nu_e}^2 + 0.71 \left(\mu_{\nu_\mu}^2 + \mu_{\nu_\tau}^2 \right) \right]^{1/2} < 3.7 \cdot 10^{-12} \mu_B .$$

The averaged upper bound tends to some value, providing the limit

$$\bar{\mu}_\nu < 2.4 \cdot 10^{-12} \mu_B .$$

This result will be included
in the *Review of Particle Physics* 2010.

Bounds on the neutrino magnetic moment from the SN neutrino luminosity

The uniform ball model of the SN core:

$$\bar{\mu}_\nu < (0.7 - 1.5) \cdot 10^{-12} \mu_B .$$

The recent model of the O-Ne-Mg-core collapse SN:

$$\bar{\mu}_\nu < 2.4 \cdot 10^{-12} \mu_B \text{ (model: H.-Th. Janka et al., 2009).}$$

Earlier models of the Fe-core SN explosion

$$\bar{\mu}_\nu < 2.7 \cdot 10^{-12} \mu_B \text{ (model: R. Buras et al., 2006);}$$

$$\bar{\mu}_\nu < 1.2 \cdot 10^{-12} \mu_B \text{ (model: J. A. Pons et al., 1999);}$$

$$\bar{\mu}_\nu < 1.1 \cdot 10^{-12} \mu_B \text{ (model: W. Keil and H.-Th. Janka, 1995).}$$

Conclusions

- We have analysed *quantitatively* the conversion of the neutrino helicity, $\nu_L \rightarrow \nu_R$, under real supernova conditions.
- We make the estimation of the Dirac neutrino magnetic moment from the limit on the supernova core luminosity for ν_R emission by a more consistent way, taking some radial distributions and time evolution of physical parameters from some realistic models of the supernova core.
- The upper bounds on the flavor- and time-averaged magnetic moment of the Dirac type neutrino are obtained in those models, from the condition of not-affecting the total cooling time scale significantly:

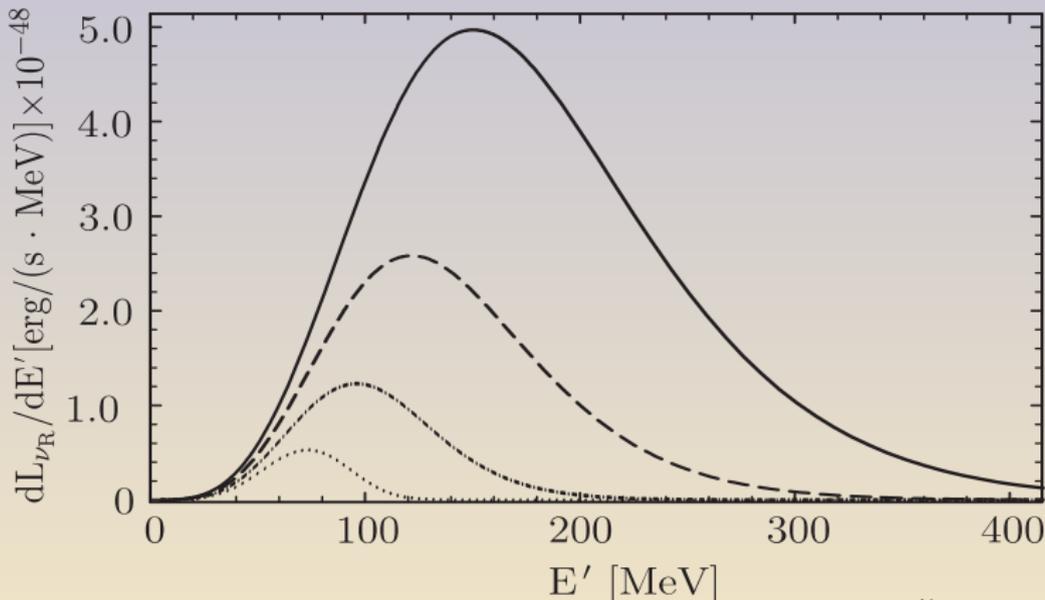
$$\bar{\mu}_\nu < (1.1 - 2.7) \cdot 10^{-12} \mu_B ,$$

depending on the explosion model.

- Magnetic moment matrix in the general case $\mu_{\nu_i\nu_j} \equiv \mu_{ij}$, где ν_i, ν_j are neutrino mass eigenstates;
 $\nu_\ell = \sum_i U_{li}^* \nu_i$, U_{li} is the unitary lepton mixing matrix of Pontecorvo – Maki – Nakagawa – Sakata.
- For the process with the initial neutrino ν_e :

$$\mu_\nu^2 \rightarrow \mu_{\nu_e}^2 \equiv \sum_i \left| \sum_j \mu_{ij} U_{ej} \right|^2 .$$

Приложения



Энергетические распределения светимости правых нейтрино для значений температуры плазмы $T = 35 \text{ МэВ}$ (сплошная линия), $T = 25 \text{ МэВ}$ (штриховая линия), $T = 15 \text{ МэВ}$ (штрих-пунктирная линия), $T = 5 \text{ МэВ}$ (пунктирная линия), и магнитного момента нейтрино $\mu_\nu = 3 \cdot 10^{-13} \mu_B$.

Могут ли ν_R стимулировать взрыв сверхновой?

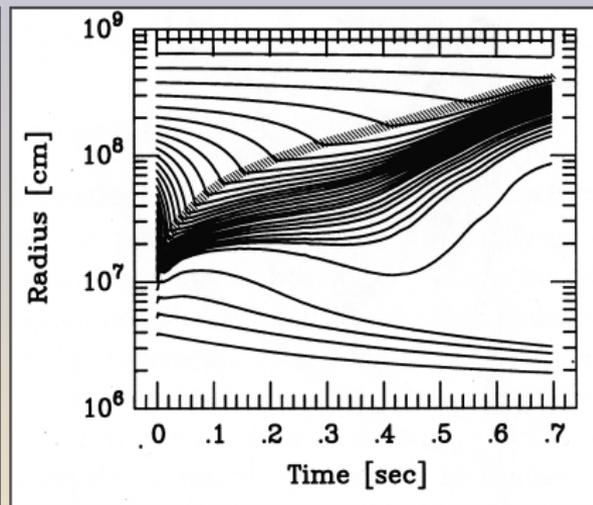
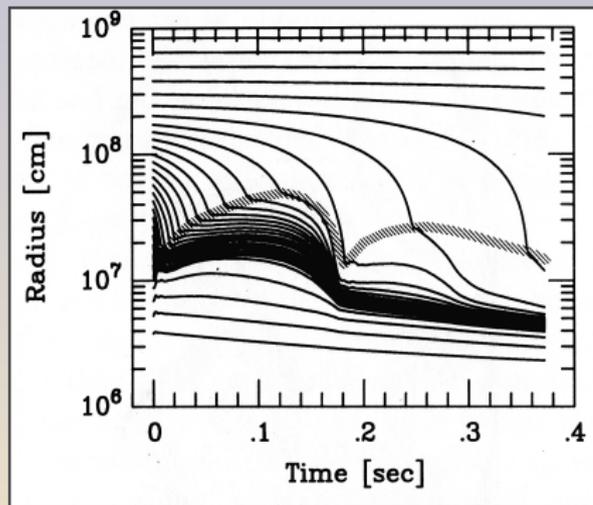
Полученная светимость ν_R *достаточно велика*, чтобы существенно повлиять на динамику взрыва сверхновой.

При моделировании взрыва сверхновой возникают две основные проблемы.

- Механизм *стимулирования останавливающейся ударной волны* полностью ещё не развит.
- Даже в случае «успешного» теоретического взрыва сверхновой освобождённая энергия оказывается существенно меньше наблюдаемой кинетической энергии оболочки $\sim 10^{51}$ erg (*проблема FOE*).

Для самосогласованного описания динамики взрыва необходимо, чтобы исходящий из ядра сверхновой поток нейтрино мог *переносить посредством какого-либо механизма* энергию $\sim 10^{51}$ erg оболочке сверхновой.

В действительности, известные механизмы не дают недостающие \sim (несколько единиц) $\times 10^{50}$ erg.



«Неуспешный» (слева) и «успешный» (справа) взрывы сверхновых. В обоих случаях изображены положения нескольких массовых поверхностей как функций времени. Два случая различаются только величиной нейтринной светимости: соответственно, $L_\nu = 2.1 \cdot 10^{52} \text{ erg/sec}$ и $L_\nu = 2.2 \cdot 10^{52} \text{ erg/sec}$ (H.-Th. Janka, E. Müller, 1993).

Двукратный переворот спиральности нейтрино

$$\nu_L \rightarrow \nu_R \rightarrow \nu_L$$

Такой механизм впервые был предложен *А. Даром* в 1987 г. при условии не слишком малого **магнитного момента нейтрино**.

Часть **левоспиральных электронных нейтрино ν_e** , образованных в коллапсирующем ядре сверхновой, могут переходить в **правые нейтрино** за счёт взаимодействия **магнитного момента нейтрино** с электронами и протонами плазмы.

Эти правые нейтрино ν_{eR} (стерильные по отношению к слабому взаимодействию), свободно вылетают из центральной части сверхновой, если $\mu_\nu < 10^{-11} \mu_B$.

В оболочке сверхновой часть этих нейтрино *превращается обратно в ν_{eL} 's* благодаря взаимодействию магнитного момента нейтрино с *магнитным полем*, которое может достигать критических величин $B_e = m_e^2/e \simeq 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс.

Эти ν_{eL} , поглощаясь в *бета-процессах* $\nu_e n \rightarrow e^- p$, могут переносить *дополнительную энергию* оболочке сверхновой.

Уравнение эволюции спиральности нейтрино

Уравнение эволюции спиральности нейтрино с магнитным моментом, во внешнем однородном магнитном поле (Волошин, Окунь, 1986)

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \nu_R \\ \nu_L \end{pmatrix} = \left[\hat{E}_0 + \begin{pmatrix} 0 & \mu_\nu B_\perp \\ \mu_\nu B_\perp & C_L \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_R \\ \nu_L \end{pmatrix}, \quad (3)$$

μ_ν — магнитный момент нейтрино, B_\perp — поперечная компонента магнитного поля, C_L — дополнительная энергия ν_{eL} в веществе:

$$C_L = \frac{3G_F}{\sqrt{2}} \frac{\rho}{m_N} \left(Y_e - \frac{1}{3} \right).$$

$\rho/m_N = n_B$ — плотность нуклонов, $Y_e = n_e/n_B = n_p/n_B$,
 $n_{e,p}$ — плотности (концентрации) электронов и протонов.

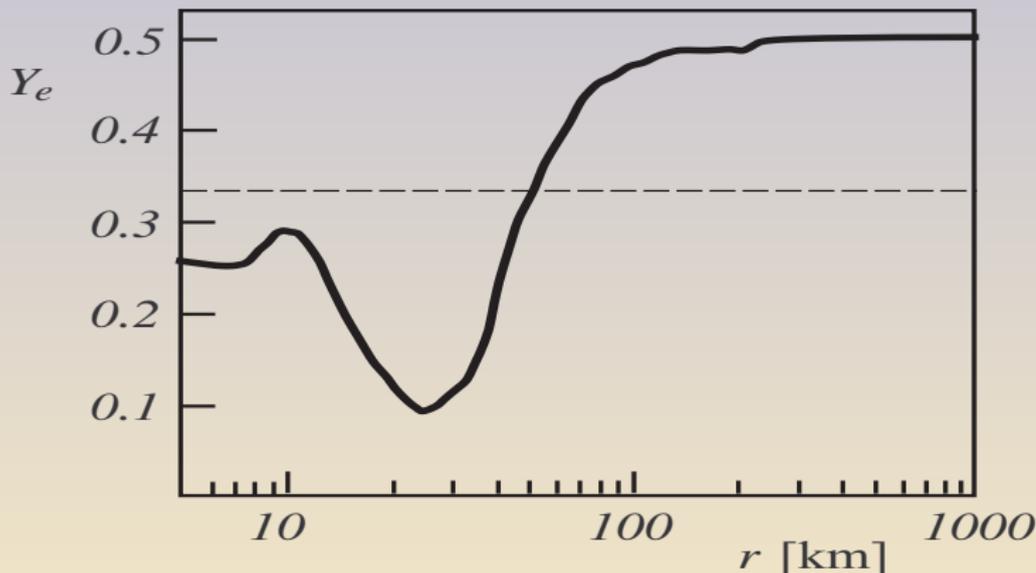
Дополнительная энергия левых нейтрино C_L заслуживает специального анализа.

$$C_L = \frac{3 G_F}{\sqrt{2}} \frac{\rho}{m_N} \left(Y_e - \frac{1}{3} \right) .$$

Существует возможность для этой величины обращаться в ноль именно в области оболочки сверхновой между *нейтриносферой* и *областью стагнации ударной волны*, $R_\nu < R < R_s$. И это условие *резонансного* перехода $\nu_R \rightarrow \nu_L$.

Условие резонанса принимает вид $Y_e = 1/3$.

Зависимость $Y_e(r)$



Зависимость $Y_e(r)$ примерно от 0.1 до 0.2 sec после образования ударной волны, с **характерным провалом**, образованным «короткой» вспышкой нейтрино, см., например, *Buras et al. (2005)*. Штриховая линия соответствует величине $Y_e = 1/3$.

Значения величины Y_e в оболочке сверхновой, характерные для коллапсирующего вещества, находятся в диапазоне $Y_e \sim 0.4 - 0.5$.

Ударная волна вызывает диссоциацию ядер и делает вещество более прозрачным для нейтрино. Это приводит к так называемой «короткой» вспышке нейтрино и, как следствие, к значительной *делептонизации* вещества в этой области.

Характерный провал имеет место в радиальном распределении величины Y_e , где Y_e *может падать до величины ~ 0.1* , см., например, *Bethe (1990); Buras et al. (2005)*.

Существует точка $Y_e = 1/3$.

Условие $Y_e = 1/3$ необходимо, *но не достаточно* для резонансной конверсии $\nu_R \rightarrow \nu_L$.

Адиабатическое условие: диагональный элемент C_L не должен превосходить недиагональный элемент $\mu_\nu B_\perp$, когда производится сдвиг от резонансной точки на расстояние \sim *длины осцилляций*.

Это приводит к условию (*Волошин, 1988*):

$$\mu_\nu B_\perp \gtrsim \left(\frac{dC_L}{dr} \right)^{1/2} \simeq \left(\frac{3 G_F}{\sqrt{2}} \frac{\rho}{m_N} \frac{dY_e}{dr} \right)^{1/2}.$$

Величина магнитного поля, обеспечивающего реализацию резонансного условия:

$$B_{\perp} \gtrsim 2.6 \cdot 10^{12} \text{ Гс} \left(\frac{10^{-12} \mu\text{В}}{\mu_{\nu}} \right) \left(\frac{\rho}{10^{10} \text{ Г}\cdot\text{см}^{-3}} \right)^{1/2} \left(\frac{dY_e}{dr} \cdot 10^8 \text{ см} \right)^{1/2}.$$

где взяты характерные величины для ρ и dY_e/dr в рассматриваемой области.

Сценарий Дара двукратной конверсии спиральности нейтрино, $\nu_L \rightarrow \nu_R \rightarrow \nu_L$, *может реализовываться*, если величина магнитного момента нейтрино находится в интервале

$$\mu_\nu \simeq (10^{-13} \div 10^{-12}) \mu_B,$$

и при условии, что в области $R_\nu < R < R_s$ существует магнитное поле масштаба $(10^{12} \div 10^{13})$ Гс.

В течение времени стагнации ударной волны $\Delta t \sim 0.2 - 0.4$ сек в эту область может вводиться дополнительная энергия порядка

$$\Delta E \simeq L_{\nu_R} \Delta t \sim 10^{51} \text{ эрг},$$

которая достаточна для решения проблемы.

В пределе $T \rightarrow 0$ вклад ультрарелятивистских электронов:

$$\Gamma_{\nu_R}^{(e)}(E) = \frac{\mu_\nu^2 m_\gamma^2 \eta_\nu}{2\pi} (1-y)\theta(1-y), \quad y = \frac{E}{\eta_\nu}.$$

Для протонного вклада:

$$\Gamma_{\nu_R}^{(p)}(E) = \frac{\mu_\nu^2 m_\gamma^2 \eta_\nu}{2\pi} \varphi_p(y),$$

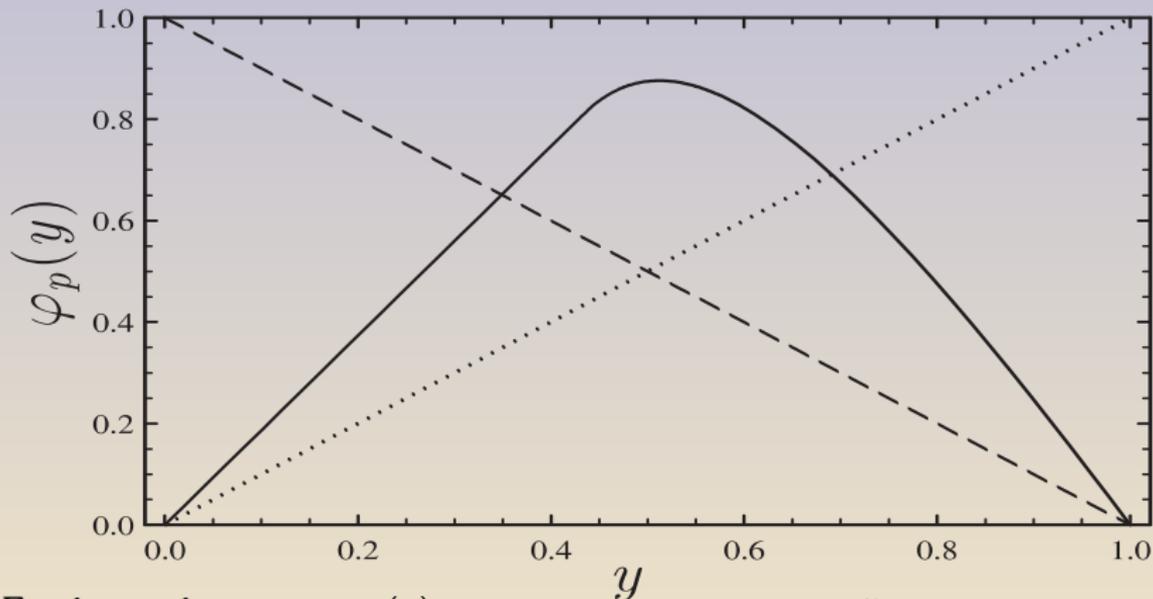
где $\varphi_p(y) = \frac{1 + v_F/3}{1 - v_F} y$, при $0 \leq y \leq (1 - v_F)/(1 + v_F)$

и $\varphi_p(y) = \frac{1-y}{v_F} \theta(1-y) \left[1 - \frac{(1-v_F)^2}{12 y^2 v_F} (1-y)(1+2y) \right]$

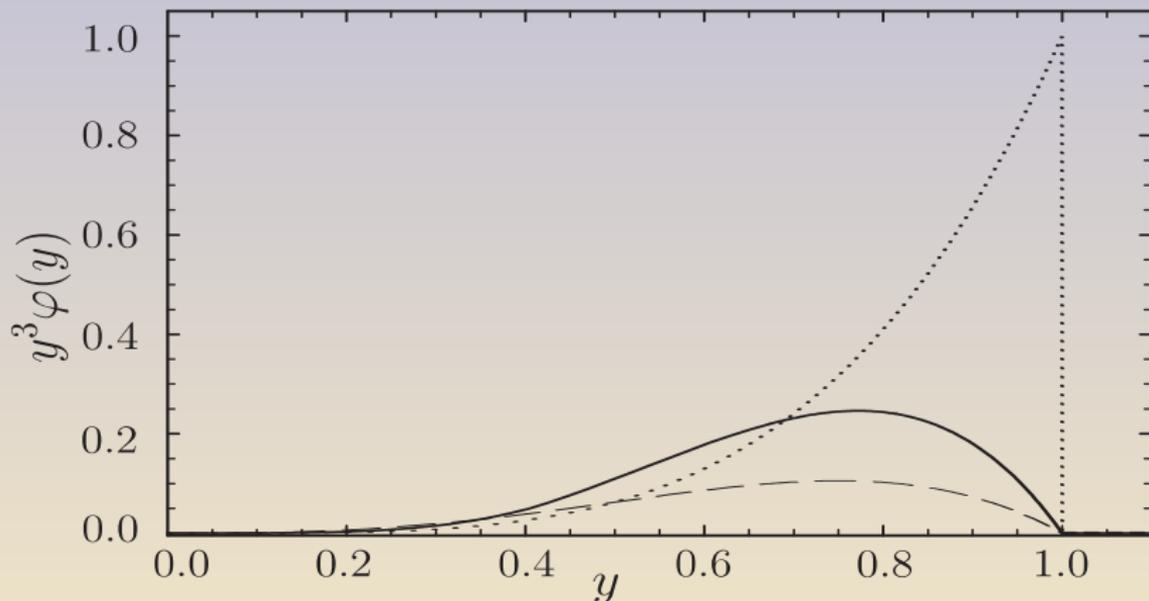
при $(1 - v_F)/(1 + v_F) \leq y \leq 1$.

Спектральная плотность энергетической светимости ядра сверхновой через правые нейтрино определяется выражением

$$\frac{dL_{\nu_R}}{dy} = V \frac{\eta_\nu^4}{2\pi^2} \Gamma_0 y^3 [\varphi_e(y) + \varphi_p(y)] .$$



Графики функции $\varphi_p(y)$ для различных значений параметра ν_F . При $\nu_F = 1$ (штриховая линия) воспроизводится зависимость $\varphi_e(y) = (1 - y)$ для электронного вклада. Значение $\nu_F = 0.394$ (сплошная линия) соответствует величине эффективной массы протона $m_p \simeq 700$ МэВ. Случай $\nu_F = 0$ (пунктирная линия) соответствует пределу бесконечной массы протона.



Энергетическое распределение вкладов в светимость правых нейтрино при $T = 0$ от электронов (штриховая линия) и от протонов: при $m_p \simeq 700 \text{ МэВ}$ (сплошная линия) и в пределе $m_p \rightarrow \infty$ (пунктирная линия).

