Одновершинные нейтринные процессы в формализме матрицы плотности

Гвоздев А.А., Осокина Е.В.

Ярославский гос.университет им.П.Г.Демидова

Сессия-конференция «Физика фундаментальных взаимодействий»
ИТЭФ, 2011г.

План

- Введение
- Матрица плотности заряженной частицы в магнитном поле
- Процесс нейтринного синхротронного излучения
- Нейтринная светимость
- Заключение

Введение

$$\frac{|S_{if}|^2}{\tau} \sim \sum_\lambda \int d^4x\, d^4x'\, Sp\left\{\psi_{E,p,\lambda}(x)\overline{\psi}_{E,p,\lambda}(x')\ldots\right\}$$

Волновая функция заряженной частицы:

$$\psi_\lambda^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{2EV}} e^{-ipx}\, u_\lambda(p)$$

Матрица плотности в вакууме:

$$\hat{\rho}(p) = \sum_\lambda u_\lambda(p)\bar{u}_\lambda(p) = \hat{p} + m$$

Волновая функция заряженной частицы в магнитном поле:

$$\psi^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\mathrm{x}) = \frac{e^{-i(E_n t - p_2 x_2 - p_3 x_3)}}{\sqrt{2E_n L_2 L_3}}\; U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\eta),$$

$$\eta = \sqrt{eB}(x_1 - \varrho p_2/eB),\;\; \varrho - \text{знак заряда}$$

Процессы в магнитном поле

- Ю.Швингер (1951)
- Клепиков (1954)
- Шторк (1968)
- .....

Матрица плотности заряженной частицы в магнитном поле

$$\vec{B} = (0,0,B), \quad A_\mu = (0,0,Bx,0)$$

$$\psi^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\mathrm{x}) = \frac{e^{-i(E_n t - p_2 x_2 - p_3 x_3)}}{\sqrt{2E_n L_2 L_3}}\; U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\eta), \qquad \hat{\mu}_3 = m\Sigma_3 + \rho_2\left[\vec{\Sigma}\times\vec{P}\right]_3,$$

$$U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s=\varrho}(\eta) = W_s\ \chi_n(\eta) - V_{-s}\ \chi_{n-1}(\eta),$$

$$U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s=-\varrho}(\eta) = V_{-s}\ \chi_n(\eta) + W_s\ \chi_{n-1}(\eta)$$

$E_n = \sqrt{p_3^2 + m^2 + 2eBn} = \sqrt{p_3^2 + \tilde{p}_\perp^2}$ – энергия частицы, $\eta = \sqrt{eB}(x_1 - \varrho p_2/eB)$, ϱ - знак заряда, $\chi_k(\eta)$ – функции Эрмита.

$$W_- = \sqrt{\frac{\tilde{p}_\perp + m}{2\tilde{p}_\perp}}\begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{E_n + \tilde{p}_\perp} \\ 0 \\ -p_3/\sqrt{E_n + \tilde{p}_\perp} \end{pmatrix}, \quad W_+ = \sqrt{\frac{\tilde{p}_\perp + m}{2\tilde{p}_\perp}}\begin{pmatrix} \sqrt{E_n + \tilde{p}_\perp} \\ 0 \\ p_3/\sqrt{E_n + \tilde{p}_\perp} \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$V_- = i\sqrt{\frac{\tilde{p}_\perp - m}{2\tilde{p}_\perp}}\begin{pmatrix} 0 \\ -p_3/\sqrt{E_n + \tilde{p}_\perp} \\ 0 \\ \sqrt{E_n + \tilde{p}_\perp} \end{pmatrix}, \quad V_+ = i\sqrt{\frac{\tilde{p}_\perp - m}{2\tilde{p}_\perp}}\begin{pmatrix} p_3/\sqrt{E_n + \tilde{p}_\perp} \\ 0 \\ \sqrt{E_n + \tilde{p}_\perp} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица плотности:

$$\psi^{(+)}_{E_n,p_2,p_3,s}(x)\overline{\psi}^{(+)}_{E_n,p_2,p_3,s}(x') = \frac{e^{i\varrho\,\Phi(\mathrm{x},\mathrm{x}')}}{2E_n L_2 L_3}\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-ip\,(\mathrm{x}-\mathrm{x}')}\,\rho^{(+)}_{n\,s}(p)\,\frac{dp_1}{2\pi}$$

для отдельных поляризаций:

$$\begin{aligned}
\rho^{(+)}_{n,s=\rho}(p) &= (-1)^n\,e^{-u/2}\left\{\left[\left(1+\frac{m}{\tilde{p}_\perp}\right)\widehat{p}_{||}+\tilde{p}_\perp+m\right]\Pi_\varrho\,L_n(u)\,-\right.\\
&- \left.\left[\left(1-\frac{m}{\tilde{p}_\perp}\right)\widehat{p}_{||}-\tilde{p}_\perp+m\right]\Pi_{-\varrho}\,L_{n-1}(u)+2\left[\widehat{p}_\perp-i\varrho\,\frac{\widehat{p}_{||}}{\tilde{p}_\perp}\,(p\varphi\gamma)\right]L^1_{n-1}(u)\right\}\\
\rho^{(+)}_{n,s=-\rho}(p) &= (-1)^n\,e^{-u/2}\left\{\left[\left(1-\frac{m}{\tilde{p}_\perp}\right)\widehat{p}_{||}-\tilde{p}_\perp+m\right]\Pi_\varrho\,L_n(u)\,-\right.\\
&- \left.\left[\left(1+\frac{m}{\tilde{p}_\perp}\right)\widehat{p}_{||}+\tilde{p}_\perp+m\right]\Pi_{-\varrho}\,L_{n-1}(u)+2\left[\widehat{p}_\perp+i\varrho\,\frac{\widehat{p}_{||}}{\tilde{p}_\perp}\,(p\varphi\gamma)\right]L^1_{n-1}(u)\right\}
\end{aligned}$$

Просуммированная по поляризациям:

$$\rho^{(+)}_n(p) = (-1)^n\,2\,e^{-u/2}\left[\left(\widehat{p}_{\,||}+m\mathbb{I}\right)\left(\Pi_\varrho\,L_n(u)-\Pi_{-\varrho}\,L_{n-1}(u)\right)+2\,\widehat{p}_\perp\,L^1_{n-1}(u)\right].$$

где $L_n, L_{n-1}, L^1_{n-1}(u)$ - полиномы Лагерра, $u = 2p_\perp^2\,/eB$,
$\hat{p}_{||} = p_0\gamma_0 - p_3\gamma_3$, $\hat{p}_\perp = p_1\gamma_1 + p_2\gamma_2$, $(p\varphi\gamma) = p_2\gamma_1 - p_1\gamma_2$,
$\Pi_\varrho = 1/2\,[I + \varrho i\gamma_1\gamma_2]$ – проекционный оператор.

Процесс нейтринного синхротронного излучения

$$e^{\pm} \to e^{\pm} + \nu_i + \tilde{\nu}_i \;\; i = e, \mu, \tau$$

Начальное состояние: $e^{\pm}\,\{\varepsilon_n, p_2, p_3, s\}$
Конечное состояние: $e^{\pm}\{\varepsilon'_{n'}, p'_2, p'_3, s'\}, \quad \nu_i\{\omega', k\}, \quad \tilde{\nu}_i\{\omega', k'\}$
4-импульс, уносимый нейтрино из единицы объема:

$$\mathcal{P}_\alpha = \frac{1}{V}\prod_i \sum dn_i\, f_i \prod_f \sum dn_f\,(1 - f_f)\, k_\alpha \,\frac{|S_{if}|^2}{\mathcal{T}}, \quad \mathcal{P}_\alpha = \{Q, \mathbf{P}\}$$

Светимость в синхротронном процессе

$$Q_S = \frac{G_1^2}{8(2\pi)^8}\int \frac{d^3k}{\omega}\int \frac{d^3k'}{\omega'}\,(\omega+\omega')\,L^{(\nu)}_{\alpha\beta}\sum_{n,n'=0}^{\infty}(-1)^{n+n'} \times$$

$$\times \int \frac{d^3p}{\varepsilon_n}\, f(\varepsilon_n)\int \frac{d^3p'}{\varepsilon'_{n'}}\left[1 - f(\varepsilon'_{n'})\right] e^{-(u+u')/2}\, L^{(e)}_{\alpha\beta}\,\delta^{(4)}(p - p' - k - k'),$$

$$L^{(\nu)}_{\alpha\beta} = 8[k_\alpha k'_\beta + k_\beta k'_\alpha - (kk')g_{\alpha\beta} + i\epsilon_{\mu\alpha\nu\beta}k_\mu k'_\nu]$$

$$L^{(e)}_{\alpha\beta} = Sp\left[\rho^{(+)}_{n'}(p')\tilde{O}_\alpha \rho^{(+)}_n(p)\tilde{O}_\beta\right]$$

$$G_1 = C_v \cdot G_F, \quad \tilde{O}_\alpha = \gamma_\alpha(1 + c\gamma_5), \quad c = C_a/C_v.$$

Нейтринная светимость

$$Q_S = \frac{G_1^2 eB}{6(2\pi)^6} \int d^4q\, q_0\, \theta(q^2) \sum_{n,n'} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_3}{\varepsilon_n} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_3'}{\varepsilon'_{n'}} f(\varepsilon_n) \left[1 - f(\varepsilon'_{n'})\right] \delta(\varepsilon_n - \varepsilon'_{n'} - q_0)$$
$$\times\, \delta(p_3 - p_3' - q_3) \Big\{ (1 + c^2)\, q^2 \left[2eB(n + n')\Big(\Psi(\upsilon) - \Phi(\upsilon)\Big) - q^2 \Psi(\upsilon)\right] -$$
$$-2m^2 \Big[q^2 \left(\Phi(\upsilon) - 2c^2 \Psi(\upsilon)\right) + c^2 q_\perp^2 \left(\Phi(\upsilon) - \Psi(\upsilon)\right)\Big] \Big\},$$

здесь $\Phi(\upsilon) = F^2_{n',n}(\upsilon) + F^2_{n'-1,n-1}(\upsilon)$ и $\Psi(\upsilon) = F^2_{n',n-1}(\upsilon) + F^2_{n'-1,n}(\upsilon)$.

$$F_{n',n}(\upsilon) = \sqrt{\frac{n'!}{n!}}\, \upsilon^{(n-n')/2}\, e^{-\upsilon/2}\, L_{n'}^{n-n'}(\upsilon) = n'!\, I_{n,n'}(\upsilon), \quad \upsilon = \frac{q_\perp^2}{2eB}.$$

Bezchastnov V.G. et. al. Astron. Astrophys. 1997, V.328

Нейтринные процессы в пределе сильного магнитного поля

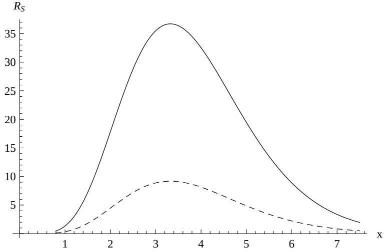
$B \sim (10^{15} - 10^{16})$Гс

Магниторотационная модель взрыва сверхновой (Бисноватый–Коган Г. С., Астрономический Журнал 1970, Т. 47), Гигантская вспышка SGR (Thompson C. and Duncan R. C., Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1995, V. 275)

$Q_S^{(1,0)}$ - светимость в процессе синхротронного излучения ($n = 1, \quad n' = 0$)

$Q_A^{(0,0)}$ - светимость в процессе аннигиляции ($n = 0, \quad n' = 0$)

$$R_S(T, B) = Q_S^{(1,0)}/Q_A^{(0,0)}, \quad x = \sqrt{eB/2T^2}$$



Гвоздев А.А., Огнев И.С., Осокина Е.В. (Письма Астроном. Ж. 2011. Т.37 №5 С.365–376.)

Пунктирная линия - T=1 МэВ, сплошная линия - T=2 МэВ

Заключение

1. Получено лоренц-инвариантное выражение для релятивистской матрицы плотности заряженной частицы определенной поляризации в постоянном магнитном поле произвольной напряженности.
2. Для одновершинных процессов построена ковариантная техника вычисления интегральной величины $\mathcal{P}_\alpha$, подобная технике вычисления фейнмановских диаграмм в вакууме.
3. Данной техникой воспроизведен результат для светимости в процессе нейтринного синхротронного излучения электроном (позитроном). Показано, что в пределе сильного магнитного поля потери энергии невырожденной плазмы на нейтринное излучение в этом процессе велики и должны быть учтены при моделировании магниторотационного взрыва сверхновой и гигантской вспышки SGR.

Спасибо за внимание!