Радиационный распад нейтрино с учетом вклада позитрония в дисперсию фотона

Аникин Р.А., Михеев Н.В

Ярославский государственный университет им.П.Г.Демидова

2011 год

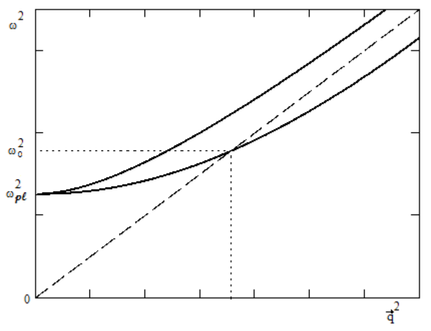
Введение

Радиационный распад нейтрино в магнитном поле, $\nu \to \nu\gamma$, исследовался

1. для малых энергий нейтрино $E < 2m_e$
   - относительно слабое поле [Д. В. Гальцов, Н. С. Никитина, ЖЭТФ, 1972]
   - сильного поля [В. В. Скобелев, ЖЭТФ, 1976]
   - поля произвольной интенсивности [A. N. Ioannisian, G. G. Raffelt, Phys. Rev. D., 1997]
2. случай более значительных энергий нейтрино $E \geq 2m_e$
   - сильном магнитном поле [A. A. Gvozdev, N. V. Mikheev, L. A. Vassilevskaya, Phys. Lett. B., 1997]

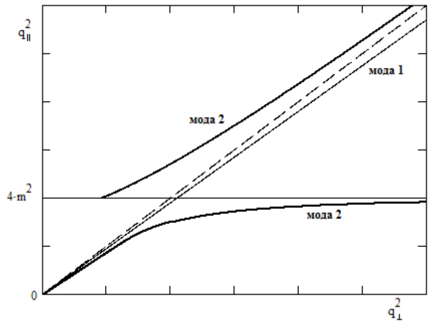
Кинематика процесса $\nu \to \nu\gamma$.

Процесс $\nu \to \nu\gamma$ возможен в оптически активных средах при условии $q^2 < 0$ (*В. Н. Ораевский, В. Б. Семикоз, Я. А. Смородинский*, письма ЖЭТФ (1986))
.



Дисперсионные кривые поперечного плазмона $\omega^2 = \omega_t^2(\vec{k})$ (верхняя линия) и продольного плазмона $\omega^2 = \omega_l^2(\vec{k})$ (нижняя линия), пунктирная линия соответствует вакуумной дисперсии $q^2 = 0$.

Оптически активной средой является магнитное поле, где существуют дисперсионные ветви с $q^2 < 0$.



Закон дисперсии в сильном магнитном поле для фотонов первой и второй мод, пунктирная линия соответствует вакуумной дисперсии $q^2 = 0$.

Известно (S. L. Adler, J. N. Bahcall, C. G. Callan, Phys. Rev. Lett., 1970) , что в магнитном поле определенный закон дисперсии имеют фотоны двух поляризаций:

$$\varepsilon_\alpha{}^{(1)} = \sqrt{Z_1}\,\frac{(q\varphi)_\alpha}{\sqrt{k_\perp^{\,2}}}\,; \quad \varepsilon_\alpha{}^{(2)} = \sqrt{Z_2}\,\frac{(q\tilde{\varphi})_\alpha}{\sqrt{q_\parallel^{\,2}}}\,, \qquad (1)$$

где $\varphi^{\alpha\beta} \equiv F^{\alpha\beta}/B$ – безразмерный тензор магнитного поля, $\tilde{\varphi}^{\alpha\beta} \equiv \frac{1}{2}\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}\varphi_{\mu\nu}$ – дуально сопряженный тензор поля, а множители $Z_\lambda^{\,-1} = 1 - \partial\Pi^{(\lambda)}/\partial q_\parallel^{\,2}$ учитывают эффект перенормировки волновых функций фотонов,
$\Pi^{(\lambda)}$ – собственные значения поляризационного оператора фотона мод $\lambda = 1, 2$, $q_\parallel^{\,\alpha} = (\omega\,, 0\,, 0\,, k_3)$, $q_\parallel^{\,2} = \omega^2 - k_3^2$, и вектор в плоскости, поперечной магнитному полю, $q_\perp^{\,\alpha} = (0\,, \vec{k}_\perp\,, 0)$. Предполагается, что третья ось направлена вдоль магнитного поля $\vec{B}$.

В качестве примера влияния дисперсии фотона на кинематику оценим фазовый объем этого процесса:

$$\begin{aligned}\varPhi &= \int \frac{d^3p'\, d^3k}{E'\,\omega}\delta^4(P - P' - q) = \\ &= \int \frac{d^3k}{\omega(k)\, E'}\delta(E - E' - \omega(k))\,,\end{aligned} \tag{2}$$

где интеграл вычисляется с учетом зависимости энергии фотона от его импульса $\omega(k)$. Фазовый объем приближенно можно представить в виде суммы двух интегралов, первый из которых соответствует части дисперсионной линии, где фотон имеет закон дисперсии, близкий к линейному и второй части дисперсионной линии, идущей практически горизонтально, $q_{\parallel}^{\,2} \approx 4m^2$.

Соответствующие два вклада имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathit{\Delta\Phi}^{(I)} &\approx 2\pi\sqrt{\frac{16m^2\xi}{E_{\perp}^{\,2}}}\,(1+\frac{1}{4}\ln\xi)\,; \\ \mathit{\Delta\Phi}^{(II)} &\approx 2\pi\cdot\ln\frac{E_{\perp}^{\,2}}{4m^2}\,, \end{aligned} \tag{3}$$

где $E_{\perp}^{\,2} = E^2\sin^2\theta$, $\xi = 1+\alpha b/3\pi$, $b = B/B_e$. Вклад второго, "горизонтального", участка дисперсионной линии доминирует для нейтрино с энергией $E_{\perp} \gg m_e$, $\Delta\Phi^{(II)} \gg \Delta\Phi^{(I)}$.

Амплитуда и вероятность процесса $\nu \to \nu\gamma$.

В вычислениях будет подразумеваться следующая иерархия параметров:

$$m_W^{\,2} \gg eB \geq E_\nu^{\,2} \gg m_e^{\,2}\,. \tag{4}$$

Лагранжиан взаимодействия, соответствующий процессу $\nu \to \nu\gamma$, имеет вид:

$$L = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} j_\alpha^{\,(\nu)} \left(\bar{\Psi}_e \gamma_\alpha (C_V + C_A \gamma_5 \Psi_e)\right) + e(\bar{\Psi}_e \gamma_\alpha \Psi_e) A_\alpha\,, \tag{5}$$

здесь $j_\alpha^{\,(\nu)} = \bar{\Psi}_\nu \gamma_\alpha (1+\gamma_5) \Psi_\nu$ – оператор нейтринного тока, константы C_V, C_A определены следующим образом:

$$C_V = \pm\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_W\,; \quad C_A = \pm\frac{1}{2}\,,$$

где верхний знак соответствует электронному нейтрино, а нижние знаки – мюонному и тау нейтрино, θ_W – угол Вайнберга.

Электронный оператор Ψ_e представляется разложением по полному набору решений уравнения Дирака в постоянном однородном магнитном поле. В пределе сильного поля лидирующий вклад в амплитуду процесса дают электроны, находящиеся на основном уровне Ландау.
Аксиально - векторный ток можно представить в виде:

$$\bar{\Psi}_e \gamma_\alpha \gamma_5 \Psi_e = \bar{\Psi}_e \Pi_- \gamma_\alpha \gamma_5 \Pi_- \Psi_e \,, \tag{6}$$

где проекционный оператор Π_- имеет вид:

$$\Pi_- = \frac{1 - i\gamma_1\gamma_2}{2} \,.$$

В обкладках между проекционными операторами Π_- справедливо следующее «эффективное» тождество:

$$\gamma_\alpha \gamma_5 = \tilde{\varphi}_{\alpha\beta} \gamma_\beta \,.$$

Лагранжиан (5) преобразуется к виду:

$$L = e(\bar{\Psi}_e \gamma_\alpha \Psi_e) V_\alpha + e(\bar{\Psi}_e \gamma_\alpha \Psi_e) A_\alpha \, . \qquad (7)$$

Здесь вектор V_α определяется выражением:

$$V_\alpha = -\frac{G_F}{e\sqrt{2}} j_{\beta}^{(\nu)} \left(C_V \tilde{\Lambda}_{\beta\alpha} + C_A \tilde{\varphi}_{\beta\alpha} \right) \, . \qquad (8)$$

Таким образом, амплитуда процесса $\nu \to \nu\gamma$ определяется поляризационным оператором в магнитном поле $\Pi_{\alpha\beta}$:

$$M = -\varepsilon_{\alpha}^{*} \Pi_{\alpha\beta} V_\beta \, . \qquad (9)$$

Подставляя в это выражение вектор поляризации моды 2, получаем:

$$M = \frac{G_F}{e\sqrt{2}} \frac{\Pi}{\sqrt{1 - \partial\Pi/\partial q_{\parallel}^{2}}} \left(C_V (q_\alpha \varphi_{\alpha\beta} j_\beta) + C_A (q_\alpha \tilde{\Lambda}_{\beta\alpha} j_\beta) \right) \qquad (10)$$

где j_β – матричный элемент нейтринного тока $j_\beta = \bar{U}(p')\gamma_\beta(1+\gamma_5)U(p)$, Π – собственное значение поляризационного оператора фотона, соответствующего второй моде.

Вероятность радиационного «распада» нейтрино $\nu \to \nu\gamma$ определяется интегралом по фазовому объему:

$$W = \int \frac{(2\pi)^4 |M|^2 \delta^4(P - P' - q)}{8E} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 \omega} \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 E'} \,. \tag{11}$$

Интегрируя по импульсам с учетом закона сохранения вероятность можно выразить в виде однократного интеграла:

$$W = \frac{G_F^2 E^3 (C_V^2 + C_A^2)}{2\pi^3 \alpha m_e^2} \int\limits_0^1 \frac{x^2 \, \Pi^2}{1 - \partial\Pi / \partial q_\parallel^2} \left(\sqrt{1 - x^2} - x \arccos(x) \right) dx \,. \tag{12}$$

где $x = k_\perp / 2E$ – обезразмеренный поперечный импульс фотона.

Собственное значение поляризационного оператора $\mathit{\Pi}$ и его производная $\partial\mathit{\Pi}/\partial q_{\parallel}^{\,2}$ зависят от $k_\perp^2$ и $q_\parallel^2$. Для интегрирования необходимо поляризационный оператор и его производную $\partial\mathit{\Pi}/\partial q_{\parallel}^{\,2}$ выразить только через одну переменную $k_\perp^2$, используя закон дисперсии:

$$q^2 = q_\parallel^2 - q_\perp^2 = \mathit{\Pi}(k_\perp^2\,, q_\parallel^2)\,. \tag{13}$$

Дисперсия фотона

Поляризационный оператор имеет вид:

$$\Pi \approx -\alpha\, eB\, e^{-\rho} \left(\frac{2}{\pi} H(v) + \frac{2\lambda v}{1 - \lambda^2 - v} \right) . \qquad (14)$$

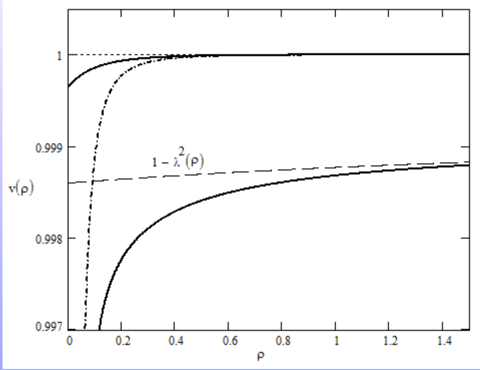
где $v = q_{\|}^2/4m_e^2 = (\omega^2 - k_3^2)/4m_e^2$, $0 < v < 1$, $\rho = k_{\perp}^2/2eB$, функция $H(v)$ соответствует вкладу свободной e^+e^- –пары:

$$H(v) = \frac{1}{\sqrt{v(1-v)}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{v}{1-v}} - 1 ,$$

λ^2 - обезразмеренная массой электрона энергия связи ε позитрония в основном состоянии, $\lambda^2 = \varepsilon/m_e$, $\varepsilon = m_e \alpha^2/4\nu^2$, ν определяется формулой
$\nu(b, \rho) \simeq \left[\ln(4.5\, u) - 2.44 \ln\left(\ln(0.15\, u)\right) \right]^{-1}$, $u = \frac{b}{\alpha^2} \cdot \frac{e^{E_i(-\rho)}}{\rho} \gg 1$,
E_i - интегральная показательная функция:

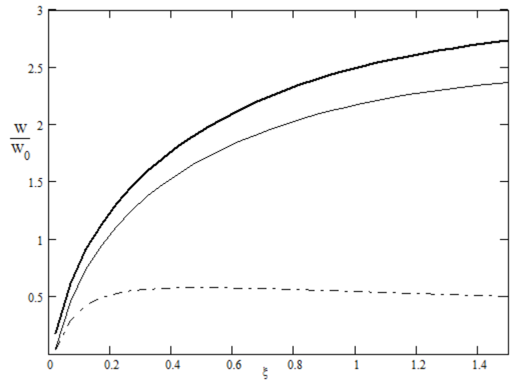
$$E_i(-x) = \int_{-\infty}^{-x} \frac{e^t}{t} dt .$$

Закон дисперсии фотона второй моды (13) , $v = v(\rho)$, в интересующей нас узкой окрестности $v = 1$:



Штрихпунктирная линия соответствует спектральной линии фотона без учета вклада позитрония; сплошные линии соответствуют спектральным линиям фотона с учетом вклада позитрония.

Результат численного расчета вероятности процесса распада $\nu \to \nu\gamma$ приведен на рисунке



$W_0 = \alpha\, G_F^2\, (eB)^2 E \sin^2\theta \left(C_V^2 + C_A^2\right)/8\pi^2$, $\xi = E^2 \sin^2\theta / eB$, сплошные линии соответствуют вероятности с учетом вклада позитрония; пунктирная линия - без учета вклада позитрония; жирной линии соответствует значение поля $b = 1000$, тонкой линии: $b = 100$.

Заключение

1. Исследован процесс $\nu \to \nu\gamma$ в сильном магнитном поле с учетом вклада связанной электрон-позитронной пары в дисперсию фотона второй моды.
2. Учет вклада позитрония приводит к существенным изменениям закона дисперсии фотона в окрестности циклотронного резонанса.
3. В сильном магнитном поле учет влияния позитрония значительно усиливает вероятность радиационного распада нейтрино $\nu \to \nu\gamma$.