# Электромагнитные свойства массивного нейтрино


А.А. Добрынина, Н.В. Михеев, Е.Н. Нарынская

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова



Научная сессия-конференция секции ЯФ ОФН РАН
«Физика фундаментальных взаимодействий»,
ИТЭФ им. А.И. Алиханова, Москва, 21–25 ноября 2011 г.

### Исследуем

однопетлевую вершинную функцию нейтрино при малом переданном импульсе $q_\mu$ для нейтрино, находящихся вне массовой поверхности.

Вычисление проводим в $\xi$-калибровке на основе собственно-энергетического оператора $\Sigma(p)$ в слабом внешнем постоянном и однородном электромагнитном поле.
$\Sigma(p)$ можно представить в виде

$$\Sigma(p) = \Sigma_0 + \frac{\partial \Sigma(p)}{\partial F_{\alpha\beta}} F_{\alpha\beta}$$

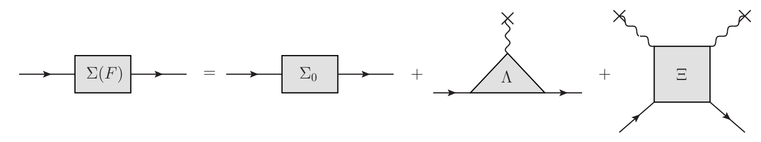
$\Sigma_0$ – независящая от внешнего поля часть,
$p^\mu$ – 4-импульс виртуального нейтрино.

При рассмотрении медленно изменяющегося поля $q \to 0$

$$F_{\alpha\beta} \Rightarrow -i(q_\alpha \varepsilon_\beta - q_\beta \varepsilon_\alpha)\,,$$

$$\Sigma(p) = \Sigma_0 - i\frac{\partial \Sigma(p)}{\partial F_{\alpha\beta}}\,(q_\alpha \varepsilon_\beta - q_\beta \varepsilon_\alpha)\,.$$

Связь между собственно-энергетическим оператором $\Sigma(p)$ и вершинной функцией:



Оператор $\Sigma(p)$ виртуального нейтрино можно представить в следующей форме

$$\Sigma(p) - \Sigma_0 = \frac{i}{2}\, f_1(p^2)\,(\hat{p} - m_\nu)\,(\gamma F \gamma) + \frac{i}{2}\, f_2(p^2)\,(\hat{p} - m_\nu)\,(\gamma F \gamma)\,\gamma_5 +$$
$$+ \frac{i m_\nu}{4}\, f_3(p^2)\,(\gamma F \gamma) + \frac{i m_\nu}{2}\, f_2(p^2)\,(\gamma F \gamma)\,\gamma_5 - i f_1(p^2)\,(pF\gamma) - i f_2(p^2)\,(pF\gamma)\,\gamma_5$$

Вершинная функция с двумя виртуальными нейтрино в пределе малого переданного импульса $q_\mu$

$$\Lambda_\beta = -f_1(p^2)\,(\hat{p}-m_\nu)(\sigma q)_\beta - f_2(p^2)\,(\hat{p}-m_\nu)(\sigma q)_\beta\,\gamma_5 - \frac{m_\nu}{2} f_3(p^2)(\sigma q)_\beta +$$
$$+\frac{1}{2} f_1(p^2)\,[(\hat{p}-m_\nu)(\sigma q)_\beta - (\sigma q)_\beta\,(\hat{p}-m_\nu)] +$$
$$+\frac{1}{2}\,f_2(p^2)\,[(\hat{p}-m_\nu)(\sigma q)_\beta\,\gamma_5 + (\sigma q)_\beta\,\gamma_5\,(\hat{p}-m_\nu)]$$

Далее удобно ввести обозначения

$$[\Delta\xi] = m_L^2 x + \xi m_W^2 (1-x) - p^2 x(1-x)\,,$$

$$[\Delta 1] = [\Delta\xi]\,|_{\xi=1}$$

$p^\mu$ – 4-импульс виртуального нейтрино, $m_\nu$ – масса нейтрино, $m_L$ и $m_W$ – массы заряженного лептона и W-бозона

## Интегральное представление функций $f_1(p^2)$, $f_2(p^2)$, $f_3(p^2)$

$$f_1(p^2) = \frac{eG_F}{8\sqrt{2}\pi^2}\int\limits_0^1 dx\left[\frac{(1-x)(4\,m_W^2 - 2x\,m_W^2 - x^3p^2)}{[\Delta 1]} + \right.$$

$$\left. + \frac{x(1-x)(x^2\,p^2 - m_L^2 - m_\nu^2)}{[\Delta\xi]} - (1-x)^2 \ln\frac{[\Delta\xi]}{[\Delta 1]}\right],$$

$$f_2(p^2) = \frac{eG_F}{8\sqrt{2}\pi^2}\int\limits_0^1 dx\left[\frac{(1-x)(4\,m_W^2 - 2x\,m_W^2 - x^3p^2)}{[\Delta 1]} + \right.$$

$$\left. + \frac{x(1-x)(x^2\,p^2 - m_L^2 + m_\nu^2)}{[\Delta\xi]} - (1-x)^2 \ln\frac{[\Delta\xi]}{[\Delta 1]}\right],$$

$$f_3(p^2) = \frac{eG_F}{4\sqrt{2}\pi^2}\int\limits_0^1 dx\left[\frac{(1-x)(4\,m_W^2 - 2x\,m_W^2 - x^3p^2)}{[\Delta 1]} + \right.$$

$$\left. + \frac{x(p^2\,x^2(1-x) + m_L^2(1+x) - m_\nu^2(1-x))}{[\Delta\xi]} - (1-3x^2)\ln\frac{[\Delta\xi]}{[\Delta 1]}\right],$$

Рассмотрим случай реального нейтрино $p^2 = m_\nu^2$, $\hat{p} = m_\nu$

Общее выражение для вершинной функции в пределе малого переданного импульса $q_\mu$

$$\Lambda_\mu = F_Q(0)\,\gamma_\mu - F_M(0)\,(\sigma q)_\mu + iF_E(0)(\sigma q)_\mu\,\gamma_5 + \mathcal{O}(q^2)$$

Для этого случая полученная нами вершинная функция приводится к виду

$$\Lambda_\beta = 0 \cdot \gamma_\mu + 0 \cdot i\sigma_{\mu\nu}\, q^\nu\, \gamma_5 - \frac{m_\nu\, f_3(m_\nu^2)}{2}(\sigma q)_\beta + \mathcal{O}(q^2)$$

Отсутствует зависимость от параметра калибровки $\xi$!

Видно, что у реального нейтрино электрический заряд и дипольный электрический момент равны нулю.

Магнитный момент массивного нейтрино

$$\mu_\nu = \frac{1}{2} m_\nu \, f_3(p^2)\Big|_{p^2 \to m_\nu^2} = \frac{e\, G_F\, m_\nu}{8\sqrt{2}\,\pi^2}\, J(m_\nu^2\,, m_L^2\,, m_W^2)$$

Для функции $J(m_\nu^2\,, m_L^2\,, m_W^2)$ можно выделить области, определяемые условиями:

1. $m_\nu < |m_W - m_L|$
2. $|m_W - m_L| < m_\nu < m_W + m_L$
3. $m_\nu > m_W + m_L$

## $m_\nu > m_W + m_L$

$$
\begin{aligned}
J &= \frac{2m_W^2 + m_L^2 + m_\nu^2}{m_\nu^2} + \\
&+ \frac{1}{2m_\nu^4}\left(m_\nu^2\,(3m_W^2 - m_L^2) + m_L^4 + m_L^2\,m_W^2 - 2\,m_W^4\right)\,\ln\left(\frac{m_W^2}{m_L^2}\right) - \\
&- \frac{1}{m_\nu^4}\left(m_\nu^2\,m_W^2\,(m_\nu^2 + 7m_L^2 - m_W^2) + (2m_W^2 + m_L^2)\,l_3^2\right) \times \\
&\times \left\{\frac{l(t)}{m_W^2 + m_\nu^2 - m_L^2} + \frac{l(r)}{m_\nu^2 - |m_W^2 - m_L^2|}\right\} - \\
&- \frac{i\pi}{m_\nu^4\,l_3}\left(m_\nu^2\,m_W^2\,(m_\nu^2 + 7m_L^2 - m_W^2) + (2m_W^2 + m_L^2)\,l_3^2\right)
\end{aligned}
$$

где

$$l_3 = \sqrt{(m_\nu^2 - (m_L - m_W)^2)\,(m_\nu^2 - (m_L + m_W)^2)}\,,$$

$$l(t) = \frac{1}{2t}\ln\frac{1+t}{1-t}\,,$$

$$t = \frac{l_3}{m_W^2 - m_L^2 + m_\nu^2}\,,$$

$$r = \frac{l_3}{m_\nu^2 - |m_W^2 - m_L^2|}\,.$$

Случай $m_\nu > m_W + m_L$ соответствует области "нестабильного" нейтрино, где имеет место распад $\nu \to L^- \, W^+$.
Ширина данного распада в вакууме

$$\Gamma^{(0)} = \frac{G_F}{8\sqrt{2}\,\pi} \frac{l_3}{m_\nu^3} \Big( (m_\nu^2 - m_L^2)^2 + m_W^2 (m_\nu^2 + m_L^2 - 2m_W^2) \Big).$$

Магнитный момент нейтрино $\mu_\nu$ – комплексный

$$\mathrm{Im}\,\mu_\nu = -\frac{eG_F}{8\sqrt{2}\pi} \frac{m_\nu^2\, m_W^2\, (m_\nu^2 + 7m_L^2 - m_W^2) + (2m_W^2 + m_L^2)\, l_3^2}{m_\nu^3\, l_3},$$

$$l_3 = \sqrt{(m_\nu^2 - (m_L - m_W)^2)\,(m_\nu^2 - (m_L + m_W)^2)}$$

Мнимая часть определяет полевую поправку $\Delta\Gamma^F$ к ширине распада $\nu \to L^- \, W^+$

$$\Delta\Gamma^F = 2(\vec{\sigma}\,\vec{B})\,\mathrm{Im}\,\mu_\nu\,,$$

где $\vec{\sigma}$ – удвоенный средний спин нейтрино.

В окрестности порога $m_\nu - (m_W + m_L) \ll m_\nu$ имеет место усиление полевой поправки к ширине распада массивного нейтрино

$$\Gamma \simeq \Gamma^{(0)} \left( 1 - (\vec{\sigma}\, \vec{b}_w) \frac{4+\lambda}{12\lambda(1+\lambda)} \frac{1}{z-1} \right),$$

$$\vec{b}_w = \frac{e\vec{B}}{m_W^2} = \frac{\vec{B}}{B_W}$$

$B_W = 10^{24}$Гс – критическое поле $W$-бозона

$$z = m_\nu/(m_W + m_L), \quad \lambda = m_L/m_W$$

# Заключение

- Получено выражение для вершинной функции нейтрино, находящегося вне массовой поверхности, при малом переданном импульсе $q \to 0$
- Определены значения форм-факторов в нуле

$$F_Q(0) = 0, \quad F_E(0) = 0, \quad F_M(0) = \frac{m_\nu}{2} f_3(p^2)\Big|_{p^2 \to m_\nu^2}$$

- Магнитный момент нейтрино при $m_\nu > m_W + m_L$ становится комплексным и его мнимая часть определяет полевую поправку к ширине распада $\nu \to L^- W^+$