Матрица плотности релятивистской заряженной частицы в постоянном магнитном поле

Осокина Е.В., Гвоздев А.А., Михеев Н.В.

ЯрГУ

Сессия ядерного отделения, ИТЭФ

Введение

$$\frac{|S_{if}|^2}{\tau} \sim \sum_s \int d^4x\, d^4x'\, Sp\left\{\psi_{E,p}(x)\overline{\psi}_{E,p}(x')...\right\}$$

Волновая функция заряженной частицы:

$$\psi^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{2EV}} e^{-ipx}\, u(p)$$

При вычисленнии в вакууме:

$$\hat{\rho}(p) = \sum_s u_s(p)\bar{u}_s(p) = \hat{p} + m$$

Процессы в магнитном поле
Историческая справка:

- Ю.Швингер (1951)
- Клепиков (1954)
- Шторк (1968)
- Чобан, Иванов (1969)
- .....

Матрица плотности в магнитном поле

$$\vec{B} = (0,0,B), \quad A_\mu = (0,0,Bx,0)$$

$$\psi^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\mathrm{x}) = \frac{e^{-i(E_n t - p_2 x_2 - p_3 x_3)}}{\sqrt{2E_n L_2 L_3}}\; U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s}(\eta),$$
$$U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s=\varrho}(\eta) = W_s\; \chi_n(\eta) - V_{-s}\; \chi_{n-1}(\eta),$$
$$U^{(+)}_{n,p_2,p_3,s=-\varrho}(\eta) = V_{-s}\; \chi_n(\eta) + W_s\; \chi_{n-1}(\eta)$$

$E_n = \sqrt{p_3^2 + m^2 + 2eBn}$ – энергия частицы, $\eta = \sqrt{eB}(x_1 - \varrho p_2/eB)$, ϱ - знак заряда.

$$\chi_k(\eta) = \frac{(eB)^{1/4} e^{-\eta^2/2}}{\sqrt{2^k k! \sqrt{\pi}}} H_k(\eta),$$

где $H_k(\eta)$ – полиномы Эрмита.

$$\sum_s \psi^{(+)}_{E_n,p_2,p_3,s}(x)\overline{\psi}^{(+)}_{E_n,p_2,p_3,s}(x') = \frac{e^{i\varrho\,\Phi(\mathrm{x},\mathrm{x}')}}{2E_n L_2 L_3}\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-ip\,(\mathrm{x}-\mathrm{x}')}\,\rho^{(+)}_n(p)\,\frac{dp_1}{2\pi}$$

$\Phi(x,x') = eB(x_1+x_1')(x_2-x_2')/2.$

Матрица плотности в поле:

$$\rho^{(+)}_n(p) = (-1)^n\,2\,e^{-u/2}\left[\left(\widehat{p}_{\parallel}+m\mathbb{I}\right)\left(\Pi_\varrho\,L_n(u)-\Pi_{-\varrho}\,L_{n-1}(u)\right)+2\,\widehat{p}_\perp\,L^1_{n-1}(u)\right].$$

где $L_n, L_{n-1}, L^1_{n-1}(u)$ - полиномы Лагерра, $u=2p_\perp^2/eB$,
$\hat{p}_{||}=p_0\gamma_0-p_3\gamma_3,\ \hat{p}_\perp=p_1\gamma_1+p_2\gamma_2$, $\Pi_\varrho=1/2\,[I+\varrho i\gamma_1\gamma_2]$ - проекционный оператор

Интегральные величины в постоянном магнитном поле

$$\Gamma = \frac{dN}{dVdt} = \frac{1}{V}\sum_{i,f}\int dn_i f_i \int dn_f(1-f_f)\frac{|S_{if}|^2}{\tau}$$

Число состояний заряженной частицы:

$$dn = \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3}V \Longrightarrow dn = \frac{dp_2 dp_3 L_2 L_3}{(2\pi)^2}$$

$$\frac{|S_{if}|^2}{\tau} \sim \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dp_1}{2\pi}\delta^{(4)}(\Sigma_i p_i - \Sigma_f p_f) Sp\left\{\rho_n^{(+)}(p)...\right\}$$

Рассмотрим конкретный процесс:

$$e^- \to e^- + \nu_i + \tilde{\nu}_i$$

$$i = e, \mu, \tau$$

Начальное состояние: $e^- \{E_n, p_2, p_3, s\}$
Конечное состояние: $e^-\{E_{n'}, p_2', p_3', s'\},\ \nu_i\{k\},\ \tilde{\nu}_i\{k'\}$
В контактном приближении $(q^2 \ll M_w^2)$:

$$S_{if} = -\frac{iG_F}{\sqrt{2}}\int d^4x\left[\overline{\psi}^{(+)}_{E_{n'},p_2',p_3',s'}(x) O_\alpha \psi^{(+)}_{E_n,p_2,p_3,s}(x)\right]\left[\bar{\psi}_\nu(x)\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\bar{\psi}_{\tilde{\nu}}(x)\right]$$

$O_\alpha = \gamma_\alpha(C_v + C_a\gamma_5),\ C_v,\ C_a$ - векторная и аксиальная константы электрослабого тока.

$$
\begin{aligned}
\Gamma \quad &= \quad \frac{G_F^2}{32(2\pi)^8} \sum_{n,n'} \int \frac{d^3\vec{k}}{\omega} \int \frac{d^3\vec{k'}}{\omega'} \times \\
& \int \frac{d^3\vec{p}}{E_n} \int \frac{d^3\vec{p'}}{E_{n'}} \delta^{(4)}(p - p' - k - k')\, Sp^{(\nu)}_{\alpha\beta}\, Sp^{(e)}_{\alpha\beta};
\end{aligned}
$$

$$
Sp^{(\nu)}_{\alpha\beta} = 8[k_\alpha k'_\beta + k_\beta k'_\alpha - g_{\alpha\beta}(kk') + i\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}],
$$

$$
Sp^{(e)}_{\alpha\beta} = Sp\left\{\widehat{\rho}^{(+)}_{n'}(p')O_\alpha \widehat{\rho}^{(+)}_n(p)O_\beta\right\}
$$

Заключение

1. Получено аналитическое выражение для релятивистской матрицы плотности заряженной частицы в постоянном магнитном поле произвольной напряженности.
2. Матрица плотности явно ковариантна, а техника вычислений с применением матрицы плотности подобна технике вычислений в вакууме.